МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

Кафедра комп’ютерної інженерії та електроніки

ЗВІТ ПРО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ

з навчальної дисципліни

«Елементи комбінаторики. Класичне визначення ймовірності. Застосування комбінаторики для розрахунку ймовірностей»

Тема «**Схема Бернуллі**»

Студент гр. КН-23-1 ПІБ Іщенко Є.В.

Викладач ПІБ Сидоренко В.М.

Кременчук 2024

**Практичне завдання 4**

**Мета:** набути практичних навичок розв’язання типових задач у рамках схеми Бернуллі.

.

**Задачі для самостійного розв’язання**

Виконати індивідуальне завдання. Завдання полягає у розв’язанні п’яти задач, які потрібно вибрати зі списку, наведеного нижче. Правило вибору номерів таке: , де – номер студента у списку групи. У разі, якщо було досягнуто кінця списку задач, потрібно циклічно повернутися до його початку.

**Варіант: 8**

**Завдання 8:**

(Задача 2020-го року про коронавірус). У Кременчуці станом на 03.04.20 було офіційно зареєстровано 4 хворі на коронавірус. Будемо реалістами і припустимо, що їх у сто разів більше, тобто 400. Маємо 250 000 жителів. Припускаємо, що жоден з вірусоносіїв не знаходиться у самоізоляції чи ізоляції та вільно пересувається містом. Отже, імовірність випадкової зустрічі з вірусоносієм складає . Припустимо, що супермаркет у центрі міста відвідують щодня 10000 покупців. Яка ймовірність того, що серед них буде хоча б один хворий на коронавірус?

**Розв’язання**

:-ймовірність того, що випадковий покупець є вірусоносієм.

**Завдання 9:**

Телефонна станція обслуговує 400 абонентів. Для кожного абонента ймовірність того, що протягом години він подзвонить на станцію, дорівнює 0,01. Знайдіть імовірність таких подій: а) протягом години 5 абонентів зателефонують на станцію; б) протягом години не більше, ніж 4 абонентів зателефонують на станцію; в) протягом години не менше, ніж 3 абонентів зателефонують на станцію.

**Розв’язання**

де і

Розподіл Пуассона з параметром має ймовірність події обчислюється за формулою

Знайдемо ймовірність того, що протягом години 5 абонентів зателефонують на станцію:

Знайдемо ймовірність того, що протягом години не більше, ніж 4 абонентів зателефонують на станцію:

Знайдемо ймовірність того, що протягом години не менше, ніж 3 абонентів зателефонують на станцію:

**Завдання 10:**

Імовірність того, що деталь не є стандартною, дорівнює . Знайти ймовірність того, що серед навмання відібраних 400 деталей відносна частота появи нестандартних деталей відхилиться від імовірності за абсолютною величиною не більше, ніж на 0,03.

**Розв’язання**

Нехай X — кількість нестандартних деталей серед 400 відібраних. Тоді X має біноміальний розподіл з параметрами n = 400 і p = 0.1

Відносна частота нестандартних деталей дорівнює

Нам потрібно знайти ймовірність того, що відносна частота відхилиться від p не більше, ніж на 0.03, тобто

Перепишемо це у вигляді:

Це рівнозначно:

Помножимо нерівності на 400:

Тепер скористаємося нормальним наближенням для біноміального розподілу. За центральною граничною теоремою, якщо n велике, то X приблизно нормально розподілений з математичним сподіванням і дисперсією

Обчислимо параметри нормального розподілу

Тепер знайдемо стандартні нормальні значення для 28 і 52:

Ймовірність того, що Z знаходиться між -2 і 2 для стандартного нормального розподілу:

З таблиці стандартного нормального розподілу:

Ймовірність того, що відносна частота нестандартних деталей відхилиться від

не більше, ніж на 0.03, дорівнює приблизно 0.9544 або 95.44%.

**Завдання 11:**

У локальній комп’ютерній мережі підрозділу комерційного банку 20 персональних комп’ютерів. Кожен клієнт може протягом хвилини незалежно один від одного здійснити запит до сервера головної бази даних банку з імовірністю , або не здійснити з імовірністю .

а) чому дорівнює найбільш імовірна кількість запитів за годину?

б) чому дорівнює ймовірність найбільш імовірної кількості запитів за годину?

в) чому дорівнює ймовірність того, що кількість запитів за годину буде від 3 до 7?

г) чому дорівнює ймовірність того, що хоча б один з клієнт здійснить запит?

**Розв’язання**

Найбільш імовірна кількість запитів за годину Кількість запитів за хвилину

X має біноміальний розподіл з параметрами і

Найбільш імовірне значення Х визначається як

Отже, найбільш імовірна кількість запитів за хвилину дорівнює 6. За годину (60 хвилин) це буде:

Ймовірність найбільш імовірної кількості запитів за годину Ймовірність того, що за хвилину буде 6 запитів, обчислюється за формулою біноміального розподілу:

Підставимо значення

Обчислимо:

Ймовірність того, що кількість запитів за годину буде від 3 до 7 Ймовірність того, що кількість запитів за хвилину буде від 3 до 7, обчислюється як сума ймовірностей:

Ймовірність того, що хоча б один з клієнтів здійснить запит Ймовірність того, що хоча б один клієнт здійснить запит за хвилину, обчислюється як доповнення до ймовірності того, що жоден клієнт не здійснить запит:

Ймовірність того, що жоден клієнт не здійснить запит:

Обчислимо:

Отже,

Ймовірність того, що хоча б один клієнт здійснить запит, дорівнює 0,9992.

**Завдання 12:**

**Розв’язання**

Нехай — ймовірність здійснення запиту одним комп'ютером протягом хвилини - ймовірність не здійснення запиту.

Найбільш імовірна кількість запитів за годину За годину маємо 60 хвилин, тому кількість спроб

Найбільш імовірна кількість запитів k визначається як математичне сподівання для біноміального розподілу:

Ймовірність найбільш імовірної кількості запитів за годину Для великого n

можна використовувати нормальне наближення біноміального розподілу. Математичне сподівання і дисперсія для біноміального розподілу:

Ймовірність найбільш імовірної кількості запитів можна знайти за допомогою нормального розподілу:

Ймовірність того, що кількість запитів за годину буде від 500 до 1000 Для нормального розподілу:

Ймовірність того, що хоча б один клієнт здійснить запит Ймовірність того, що жоден клієнт не здійснить запит за хвилину:

Ймовірність того, що хоча б один клієнт здійснить запит:

Оскільки